



研究与开发

# OFDM-PLC系统中基于ANM连续域稀疏恢复的超分辨率信道估计

刘岩, 祝恩国, 郑国权

(中国电力科学研究院有限公司, 北京 100192)

**摘要:** 随着智能电网发展, 电力线通信 (power line communication, PLC) 面临业务数据量激增与传输速率提升的挑战, 高精度信道估计成为提升通信性能的关键。传统压缩感知方法依赖离散化字典, 存在基不匹配问题, 限制多径时延分辨率。针对电力线信道多径效应显著的特征, 提出一种连续域稀疏恢复信道估计框架。该框架利用正交频分复用 (orthogonal frequency division multiplexing, OFDM) 系统子载波频率的等差特性, 将多径时延映射为范德蒙德矩阵结构的频域响应, 实现稀疏表示; 采用原子范数最小化 (atomic norm minimization, ANM) 算法在连续参数空间求解, 避免离散网格误差, 显著提高时延分辨率; 结合电力线信道指数衰减规律, 通过频域衰减因子解析推导多径权重, 完成信道响应闭式重构。仿真表明, 该方法时延分辨率达到超分辨性能, 较正交匹配追踪 (orthogonal matching pursuit, OMP) 等算法优势显著。

**关键词:** 电力线通信; 信道估计; 原子范数最小化; 范德蒙德结构; 超分辨率估计

**中图分类号:** TN911.7; TP393

**文献标志码:** A

**doi:** 10.11959/j.issn.1000-0801.2026041

## Super-resolution channel estimation based on ANM continuous-domain sparse recovery in OFDM-PLC system

Liu Yan, Zhu Enguo, Zheng Guoquan

China Electric Power Research Institute Co., Ltd., Beijing 100192, China

**Abstract:** With the development of smart grids, power line communication (PLC) faces challenges such as surging service data and increasing transmission rates, making high-precision channel estimation crucial for enhancing communication performance. Traditional compressed sensing methods rely on discretized dictionaries, which suffer from basis mismatch issues that limit multipath delay resolution. Addressing the significant multipath effects characteristic of power line channels, a continuous-domain sparse recovery framework for channel estimation was proposed. Leveraging the uniform spacing of subcarrier frequencies in orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) systems, the framework mapped multipath delays into a frequency-domain response with a Vandermonde matrix structure,

收稿日期: 2025-09-04; 修回日期: 2025-12-21

通信作者: 刘岩, s213433@163.com

基金项目: 国家电网有限公司科技项目 (No.5700-202455278A-1-1-ZN)

**Foundation Item:** The State Grid Science and Technology Project (No.5700-202455278A-1-1-ZN)

achieving sparse representation. The atomic norm minimization (ANM) algorithm was employed to solve the problem in the continuous parameter space, avoiding discrete grid errors and significantly improving delay resolution. Combined with the exponential decay characteristic of power line channels, the multipath weights were derived analytically through frequency-domain attenuation factors, enabling closed-form reconstruction of the channel response. Simulations demonstrate that the proposed method achieves super-resolution performance in delay resolution, showing significant advantages over algorithms such as orthogonal matching pursuit (OMP).

**Key words:** PLC, channel estimation, ANM, Vandermonde structure, super-resolution estimation

## 0 引言

随着智能电网建设的持续推进, 低压电力线通信 (power line communication, PLC) 因其不需要额外布线的优势, 在满足日益增长的电力业务需求中承担着关键角色<sup>[1]</sup>。然而, 电力网络拓扑结构的复杂性导致信道环境高度不理想: 线路分段不均及负载阻抗的多样性会引发信号的反射与折射现象, 进而产生多径效应<sup>[2-3]</sup>。该效应不仅造成信号时延扩展, 更会导致严重的频率选择性衰落, 显著制约着通信的可靠性。

为应对信道的频率选择性衰落问题, 正交频分复用 (orthogonal frequency division multiplexing, OFDM) 技术因其高频谱效率和抗多径干扰能力, 成为当前电力线通信的主流调制方案<sup>[4-5]</sup>。然而, OFDM 系统对频偏和相位噪声极为敏感, 其性能高度依赖于接收端对信道状态信息 (channel state information, CSI) 的精确获取<sup>[3,5]</sup>。理论分析与实验表明, 若能在接收端基于理想的 CSI 对 OFDM 信号进行均衡处理, 可有效抑制符号间干扰 (inter symbol interference, ISI), 从而显著降低系统误码率并提升通信质量<sup>[5-7]</sup>。因此, 如何设计高鲁棒性、低复杂度的信道估计机制, 以实现电力线信道的精确估计, 是提升低压电力线通信系统性能的核心难题, 也是当前该领域亟待突破的研究方向<sup>[8]</sup>。

当前针对电力线通信信道估计问题, 国内外学者已展开深入的研究。文献[2]构建了基于物理传播效应的分析模型, 仅用少量参数即可表征典

型电力线网络的复杂传递函数, 涵盖电路分支、阻抗失配、频率选择性衰落及电缆衰减随长度/频率增加等特性, 其测试结果证实了所提模型的实用性; 文献[9]提出的最小二乘 (least square, LS) 算法虽计算量低且易于实现, 但对噪声高度敏感, 低信噪比下性能显著恶化; 文献[10]提出可以通过累加多个导频信号提升信噪比以优化 LS 算法, 但导频资源消耗加剧且低信噪比场景性能改善有限; 文献[11]设计的最小均方误差 (minimum mean square error, MMSE) 算法性能优于 LS 算法, 但需要额外信道统计信息, 且矩阵求逆运算随导频数量增加导致计算量急剧上升; 文献[12]基于 LS 的离散傅里叶变换 (discrete Fourier transform, DFT) 算法, 利用在时域中信道能量集中的特性, 抑制了噪声, 提升了估计精度, 但该方法适用范围受限; 文献[13]引入压缩感知 (compressed sensing, CS) 思想, 利用 DFT 矩阵作为感知矩阵, 构建稀疏域的信道模型, 接着采用正交匹配追踪 (orthogonal matching pursuit, OMP) 算法提升信道估计精度; 文献[6]进一步优化了 OMP 方法并取得成效。然而, CS 方法仍然面临网格失配的问题<sup>[14]</sup>, 这是离散化字典算法不可避免的问题。为了解决此问题, 文献[7]引入了原子范数最小化 (atomic norm minimization, ANM) 方法, 该方法直接在连续域中求解, 从而完全避免了网格失配的问题, 但仅利用 ANM 的方法在压缩感知框架下对信道模型进行估计, 没有考虑 ANM 需要满足范德蒙德结构以保证范德蒙德分解的唯一性, 导致性能提升有限。



考虑PLC多径信道的传输特点, 本文结合文献[15]针对电力线信道特有的衰减特性和环境噪声, 将无线环境下OFDM系统中的子信道模型进行了适应性迁移, 成功建立了适用于电力线信道的多径信道模型; 接着, 利用OFDM各子载波频率之间的等差特性, 将多径时延参量建模为一个范德蒙德矩阵的形式; 最后, 引入基于ANM的方法, 使多径时延在时域的分辨能力远超传统瑞利极限, 实现了对多径时延参数的超分辨率求解, 进而重构电力线信道的频率响应函数。仿真结果表明, 所提方法较OMP等算法具有显著优势。所提方法的结构如图1所示。

## 1 信道模型

本文采用文献[2]给出的信道模型, 信道的频域响应 $H(f)$ 如下。

$$H(f) = \sum_{l=1}^L g_l e^{-j(2\pi d_l/\nu)f} e^{-(a_0 + a_1 f^\kappa)d_l} \quad (1)$$

其中,  $g_l$ 表示第 $l$ 条路径的权重因子, 一般为复数, 且 $l=1, 2, \dots, L$ ;  $j \triangleq \sqrt{-1}$ ;  $\nu$ 为电磁波在铜导线中的传输速度, 一般为 $2 \times 10^8$  m/s;  $d_l$ 为第 $l$ 条路径的传输距离;  $\kappa$ 为衰减函数中指数项的系数, 一般取 $0.5 \sim 1$ ;  $a_0$ 和 $a_1$ 均为衰减系数;  $f$ 表示信号的频率。

此时, 通过傅里叶逆变换, 电力线多径信道的时域冲激响应 $h(t)$ 可以表示为<sup>[6-7]</sup>:

$$h(t) = \sum_{l=1}^L \gamma_l \delta(t - \tau_l) \quad (2)$$

其中,  $\gamma_l$ 表示第 $l$ 条路径的权重因子, 需要注意的是,  $\gamma_l$ 的值是一个随频率变化的复数, 而非一个定值;  $\tau_l = d_l/\nu$ 为第 $l$ 条路径的时延;  $t$ 表示时间;

$\delta(\cdot)$ 表示冲激响应。

由式(2)可知, 电力线信道的时域冲激响应与无线信道有着类似的多径结构, 区别仅在于: 无线信道中每条路径的权重通常是一个固定的复系数, 而电力线信道的路径权重则表现出与频率相关的特性。因此, 只要对电力线信道中随频率变化的权重因子进行适当地近似与后续处理, 就可以将ANM等先进的超分辨率时延估计方法从无线领域引入并适配于电力线信道。

在OFDM系统中,  $s_{n,k}$ 为被传输的第 $n$ 个OFDM符号, 其中 $k=0, 1, \dots, K-1$ , 则OFDM调制信号 $s_n(t)$ 可以表示为:

$$s_n(t) = \sum_{k=0}^{K-1} s_{n,k} e^{j2\pi k \Delta f t}, \quad 0 \leq t \leq T_s \quad (3)$$

其中,  $T_s$ 表示一个OFDM符号周期,  $\Delta f$ 表示子载波之间的频率间隔,  $K$ 表示一个OFDM符号所使用的子载波的个数。

为接收调制后的OFDM信号, OFDM符号的周期和子载波之间的间隔应满足 $T_s \Delta f = 1$ , 这也被称为正交条件, 使各子载波之间相互正交。于是, 在接收机处检测到传输的符号 $s_{n,k}$ 可以表示为:

$$s_{n,k} = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} s_n(t) e^{-j2\pi k \Delta f t} dt \quad (4)$$

式(4)的成立, 需要保证在一个 $T_s$ 内各子载波之间的正交性, 因此循环前缀对OFDM系统至关重要。加入循环前缀之后的OFDM调制信号 $\tilde{s}_n(t)$ 可以表示为:

$$\tilde{s}_n(t) = \sum_{k=0}^{K-1} s_{n,k} e^{j2\pi k \Delta f t}, \quad -T_g \leq t \leq T_s \quad (5)$$

其中,  $\tilde{s}_n(t) = s_n(t + T_s)$ , 且 $-T_g \leq t \leq 0$ ,  $T_g$ 为循环

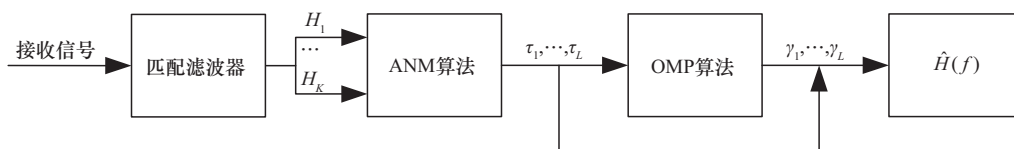


图1 所提方法的结构

前缀的持续时间, 且  $T_g$  大于最大多径时延, 即  $T_g > \max(\tau_l)$ ,  $l=1, 2, \dots, L$ 。

因此, 接收信号  $x_n(t)$  可以表示为:

$$x_n(t) = \sum_{l=1}^L \gamma_l \tilde{s}_n(t - \tau_l) + n(t) \quad (6)$$

其中,  $n(t)$  表示独立同分布 (independent and identically distributed, i.i.d.) 的加性白高斯噪声 (additive white Gaussian noise, AWGN)。

将接收信号做匹配滤波后, 可以得到第  $k$  个子载波的调制符号  $x_{n,k}$  为:

$$x_{n,k} = \sum_{l=1}^L \gamma_l \left[ \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} \tilde{s}_n(t - \tau_l) e^{-j2\pi k \Delta f t} dt \right] + \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} n(t) e^{-j2\pi k \Delta f t} dt \quad (7)$$

此时, 不妨令:

$$n_k = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} n(t) e^{-j2\pi k \Delta f t} dt \quad (8)$$

于是, 式 (7) 可以写为:

$$x_{n,k} = \sum_{l=1}^L \gamma_l \left[ \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} \tilde{s}_n(t - \tau_l) e^{-j2\pi k \Delta f t} dt \right] + n_k \quad (9)$$

由此, 可以得到匹配滤波之后的信号  $x_{n,k}$  为:

$$x_{n,k} = \sum_{l=1}^L \gamma_l e^{-j2\pi k \Delta f \tau_l} s_{n,k} + n_k \quad (10)$$

此时, 可以得到电力线信道的第  $k$  个子信道  $H_k$  为:

$$H_k = \sum_{l=1}^L \gamma_l e^{-j2\pi k \Delta f \tau_l} \quad (11)$$

同时, 可以证明  $n_k$  依旧是独立同分布的循环对称复高斯噪声<sup>[15]</sup>, 且服从  $\mathcal{CN}(0, \sigma^2)$  分布, 其中  $\sigma^2$  表示噪声的方差。

第  $l$  条路径对应的频率响应  $\mathbf{a}(\tau_l) \in \mathbb{C}^K$  定义为:

$$\mathbf{a}(\tau_l) = [1, e^{-j2\pi \Delta f \tau_l}, \dots, e^{-j2\pi(K-1)\Delta f \tau_l}]^T \quad (12)$$

则  $L$  条路径的频率响应矩阵  $\mathbf{A}(\boldsymbol{\tau}) \in \mathbb{C}^{K \times L}$  可以表示为:

$$\mathbf{A}(\boldsymbol{\tau}) = [\mathbf{a}(\tau_1), \mathbf{a}(\tau_2), \dots, \mathbf{a}(\tau_L)] \quad (13)$$

其中,  $\boldsymbol{\tau} = [\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_L] \in \mathbb{C}^L$  是一个矢量。

接着,  $L$  条路径的权重因子矢量  $\boldsymbol{\gamma} \in \mathbb{C}^L$  定义为:

$$\boldsymbol{\gamma} = [\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_L] \quad (14)$$

于是, 信道矩阵  $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{K \times L}$  可以表示为:

$$\mathbf{H} = \mathbf{A}(\boldsymbol{\tau}) \text{diag}(\boldsymbol{\gamma}) \quad (15)$$

其中,  $\text{diag}(\boldsymbol{\gamma})$  表示将矢量  $\boldsymbol{\gamma}$  中的元素对角化。

## 2 OFDM 系统流程

在电力线信道符合准静态块衰落模型的假设下, 可认为信道参数在一个相干时间内保持恒定<sup>[16]</sup>。因此, 通过导频信号估计获得的信道响应能够等效表征该相干时间内的完整信道特性。为简化分析, 本文设定 OFDM 系统子载波数量为  $K$ , 且所有子载波均用于信息传输, 其中  $K$  个子载波同步传输相同导频符号。帧结构仅包含导频段与数据传输段, 其中导频信号占据连续  $N$  个 OFDM 符号长度。此外, 假定信道多径分量总数为  $L$ 。

对于单径传输来说, 导频占据的  $N$  个 OFDM 符号, 其中  $n=1, 2, \dots, N$ , 在  $K$  个子载波上传输的信号矢量  $\tilde{\mathbf{s}}_{\text{pilot}} \in \mathbb{C}^N$  可以表示为:

$$\tilde{\mathbf{s}}_{\text{pilot}} = [s_{1,0}, s_{2,0}, \dots, s_{N,0}] \quad (16)$$

需要注意的是, 在导频占据的第  $n$  个 OFDM 符号周期内,  $K$  个子载波上同时调制的是星座图映射后的同一个符号  $s_{n,0}$ 。

此时, 接收端接收到的  $N$  个导频的 OFDM 符号  $\tilde{\mathbf{X}} \in \mathbb{C}^{K \times N}$  为:

$$\tilde{\mathbf{X}} = \tilde{\mathbf{H}} \tilde{\mathbf{s}}_{\text{pilot}} + \tilde{\mathbf{N}} \quad (17)$$

其中,  $\tilde{\mathbf{H}} \in \mathbb{C}^K$  表示只包含单径的信道矢量,  $\tilde{\mathbf{N}} \in \mathbb{C}^{K \times N}$  表示接收端接收到的  $N$  个导频的 OFDM 符号的 AWGN 矩阵, 服从  $\mathcal{CN}(0, \sigma^2)$  分布。

由于多径的数目是  $L$ , 因此接收端接收到的  $N$  个导频的 OFDM 符号  $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{K \times N}$  可以表示为:

$$\mathbf{X} = \mathbf{H} \mathbf{S} + \mathbf{N} \quad (18)$$



其中,  $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{K \times L}$  表示包含  $L$  条径的信道矩阵,  $\mathbf{S} = [\tilde{\mathbf{s}}_{\text{pilot}}^1, \tilde{\mathbf{s}}_{\text{pilot}}^2, \dots, \tilde{\mathbf{s}}_{\text{pilot}}^L]^T \in \mathbb{C}^{L \times N}$  表示发射机发送的导频信号, 且  $\tilde{\mathbf{s}}_{\text{pilot}}^1 = \tilde{\mathbf{s}}_{\text{pilot}}^2 = \dots = \tilde{\mathbf{s}}_{\text{pilot}}^L = \tilde{\mathbf{s}}_{\text{pilot}}$  表示  $L$  条路径上各自的传输信号,  $\mathbf{N} \in \mathbb{C}^{K \times N}$  与  $\tilde{\mathbf{N}}$  的定义类似, 表示  $L$  条路径上的 i.i.d. AWGN 矩阵, 且同样服从  $\mathcal{CN}(0, \sigma^2)$  分布。需要说明的是, 尽管式 (18) 中的  $\mathbf{X}$  与式 (17) 中  $\tilde{\mathbf{X}}$  的维度一致, 但其中包含的信息量是不同的, 这主要源自信道矩阵的秩不同。

### 3 信道估计

信道矩阵  $\mathbf{H}$  表现出路径上的稀疏性, 因此能够将信道估计问题转化为稀疏优化问题。ANM 方法通过从无限精度的原子集中获取构成信号的原子, 有效避免了基不匹配问题, 同时极大地提升了信道估计的精度和鲁棒性<sup>[16]</sup>。相较于文献[16]所提出的信道估计方法, 本文聚焦于 OFDM 系统中的多径时延估计问题, 并未依赖任何物理阵列结构。因此, 本文方法在接收端仅需要单个天线即可实现, 不依赖特定阵列构型, 更适用于非阵列或简化接收结构的通信场景。

于是, ANM 方法中  $p$  维原子集的定义为:

$$\mathcal{A}_p = \{ \mathbf{q}_p(z_1, z_2, \dots, z_p) : z_i \in [0, 1], i = 1, 2, \dots, p \} \quad (19)$$

其中,  $\mathbf{q}_p(z_1, z_2, \dots, z_p)$  表示  $p$  维的原子。

接着, 如果信号  $\mathbf{u}_p$  是原子集  $\mathcal{A}_p$  中最稀疏且有限个  $p$  维原子的线性组合, 如  $\mathbf{u}_p = \sum_{\varsigma} \mu_{\varsigma} \mathbf{q}_{\varsigma p}$ , 其中  $\mathbf{q}_{\varsigma p}$  表示第  $\varsigma$  个  $p$  维原子,  $\mu_{\varsigma}$  表示  $\mathbf{q}_{\varsigma p}$  的权重, 那么接收信号  $\mathbf{u}_p$  的原子范数定义为:

$$\begin{aligned} \|\mathbf{u}_p\|_{\mathcal{A}_p} &= \inf \{ \eta > 0 : \mathbf{u}_p \in \eta \text{conv}(\mathcal{A}_p) \} = \\ & \inf_{\substack{\mu_{\varsigma} \in \mathbb{C} \\ z_{\varsigma 1}, \dots, z_{\varsigma p} \in [-\pi, \pi]}} \left\{ \sum_{\varsigma} |\mu_{\varsigma}| : \mathbf{u}_p = \sum_{\varsigma} \mu_{\varsigma} \mathbf{q}_{\varsigma p} \right\} \quad (20) \end{aligned}$$

其中,  $\eta$  为缩放因子,  $\text{conv}(\mathcal{A}_p)$  表示  $\mathcal{A}_p$  的凸包。之所以存在缩放因子  $\eta$ , 是因为多径各路径的权重因子之和一般不为 1。

为了恢复出信道矩阵  $\mathbf{H}$ , 首先需要构建出组合成信道矩阵的原子, 表示为:

$$\mathbf{q}(z) = \mathbf{a}(z) \quad (21)$$

其中,  $\mathbf{a}(z)$  的定义与式 (12) 的定义类似。

接着, 原子集的构建表示为:

$$\mathcal{A} = \left\{ \mathbf{q}(z) : z \in \left( 0, \frac{T_s}{2} \right] \right\} \quad (22)$$

与式 (19) 相比, 式 (22) 中的原子集的取值范围是需要进行调整的, 这主要是式 (11) 中的指数部分  $-j2\pi k \Delta f \tau$  导致的。为了消去指数部分的  $\Delta f$ , 需要利用  $\Delta f T_s = 1$  关系式来做如下变换:

$$-j2\pi k \Delta f \tau = -j\pi k \times 2\Delta f \times \frac{T_s}{2} \times \frac{2\tau}{T_s} = -j\pi k \frac{2\tau}{T_s} \quad (23)$$

ANM 算法所获得的时延参数并非真实时延值, 而是基于 OFDM 符号周期的归一化比例量值。若直接采用真实时延计算, 其时延间隔必然小于文献[17]规定的 ANM 算法最小可分辨间距阈值, 并且还会诱发相位混叠问题。因此, 恢复信道矩阵  $\mathbf{H}$  中的时延归一化比例量值可以表示为 ANM 问题, 并且可以构建为一个半正定规划 (semi-definite program, SDP) 优化模型<sup>[18]</sup>, 如下所示:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{u}, \mathbf{F}_L} & \text{rank}(\mathbf{T}_K(\mathbf{u})) \\ \text{s.t.} & \begin{bmatrix} \mathbf{F}_L & \mathbf{A}(\boldsymbol{\tau})^H \\ \mathbf{A}(\boldsymbol{\tau}) & \mathbf{T}_K(\mathbf{u}) \end{bmatrix} \succeq 0 \end{aligned} \quad (24)$$

其中,  $\text{rank}(\cdot)$  表示取矩阵的秩的算子,  $\mathbf{F}_L$  表示一个需要优化的自由变量构成的矩阵,  $\mathbf{T}_K(\mathbf{u})$  表示一个  $K$  维的 Toeplitz 矩阵, 矩阵  $\mathbf{A} \succeq 0$  表示矩阵  $\mathbf{A}$  经特征值分解后, 其特征值大于或等于 0。

由于式 (24) 的非凸性, 需要对式 (24) 做一个凸松弛, 即将  $\ell_0$  范数松弛为  $\ell_1$  范数, 则可以得到:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{u}, \mathbf{F}_L} & \frac{1}{2L} \text{tr}(\mathbf{F}_L) + \frac{1}{2K} \text{tr}(\mathbf{T}_K(\mathbf{u})) \\ \text{s.t.} & \begin{bmatrix} \mathbf{F}_L & \mathbf{A}(\boldsymbol{\tau})^H \\ \mathbf{A}(\boldsymbol{\tau}) & \mathbf{T}_K(\mathbf{u}) \end{bmatrix} \succeq 0 \end{aligned} \quad (25)$$

其中,  $\text{tr}(\cdot)$ 表示取矩阵的迹。

接着, 在含噪的接收数据中, 式 (25) 可以进一步被推广为:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{u}, \mathbf{F}_L} & \frac{\zeta}{2L} \text{tr}(\mathbf{F}_L) + \frac{\zeta}{2K} \text{tr}(\mathbf{T}_K(\mathbf{u})) + \\ & \frac{1}{2} \left\| \mathbf{X} - \mathbf{A}(\boldsymbol{\tau}) \text{diag}(\boldsymbol{\gamma}) \mathbf{S} \right\|_F^2 \\ \text{s.t.} & \begin{bmatrix} \mathbf{F}_L & \mathbf{A}(\boldsymbol{\tau})^H \\ \mathbf{A}(\boldsymbol{\tau}) & \mathbf{T}_K(\mathbf{u}) \end{bmatrix} \succeq 0 \end{aligned} \quad (26)$$

其中,  $\zeta$ 表示用于在信号稀疏性和数据保真度之间取得平衡的正则化参数, 目前选择该参数的方法仍然有些模糊, 但在 i.i.d. AWGN 的假设下通常被设置为  $\zeta \propto \sqrt{\sigma^2 L K \ln(LK)}$  [19]。

对式 (26) 求解后, 可得到包含多径时延信息的 Toeplitz 矩阵。需要通过 Root-MUSIC 或 ESPRIT 算法求解该矩阵以提取时延参数。需要特别说明的是, 如式 (23) 所定义, 此时求解的时延为基于 OFDM 符号周期的归一化比例量值, 需要经量纲转换方可获得真实时延值。

在获得真实时延后, 需要进一步求解各路径的权重因子, 然而, 如式 (2) 所述, 多径权重因子具有频率依赖性, 其值随子载波频率变化。因此, 需要采用近似方法处理该系数, 以避免直接求解带来的计算复杂性。

首先, 需要求解  $L$  条径的权重因子, 对接收信号作如下处理:

$$\begin{aligned} \text{vec}(\mathbf{X}) &= \text{vec}(\mathbf{H}\mathbf{S}) = \\ \text{vec}(\mathbf{A}(\boldsymbol{\tau}) \text{diag}(\boldsymbol{\gamma}) \mathbf{S}) &= \\ \mathbf{S}^T \otimes \mathbf{A}(\boldsymbol{\tau}) \text{vec}(\text{diag}(\boldsymbol{\gamma})) &= \\ \mathbf{S}^T \odot \mathbf{A}(\boldsymbol{\tau}) \text{vec}(\boldsymbol{\gamma}) & \end{aligned} \quad (27)$$

其中,  $\text{vec}(\cdot)$ 表示对矩阵做矢量化的算子,  $\otimes$ 表示 Kronecker 积,  $\odot$ 表示 Khatri-Rao 积。

接着, 可以用 OMP 算法来求解权重因子, 操作如下。

由于导频信号  $\mathbf{S}$  先验已知, 时延信息已被估计, 因此可以直接构建出 OMP 的一个字典  $\mathbf{S}^T \odot \mathbf{A}(\hat{\boldsymbol{\tau}})$ , 其中  $\mathbf{A}(\hat{\boldsymbol{\tau}})$  表示由估计的时延信息构建的信道时延响应。于是, 以  $\text{vec}(\mathbf{X})$  作为目标函数, 以字典中的基去匹配, 则可以获得第  $l$  条径的权重因子的估计值  $\hat{\gamma}_l$ 。

最后, 需要根据真实时延得到  $L$  条径各自的传输距离, 如获取第  $l$  条径的传输距离为  $d_l = \tau_l \times v$ 。此时,  $K$  个子载波之间频率的衰减用子载波中间频率的衰减值代替, 即:

$$\hat{\gamma}_l = \bar{\gamma}_l e^{a_1 d_l [(K\Delta f/2)^k - f^k]} \quad (28)$$

## 4 复杂度分析

在分析 ANM 算法的计算复杂性时, 需要特别关注解决 SDP 问题所需的计算资源。该算法将 SDPT3 求解器 (一种基于内点法的优化工具) 用于求解 SDP 问题。根据文献 [18], SDPT3 求解器的计算复杂度可以表示为  $\mathcal{O}(N_1^2 N_2^{2.5})$ , 其中  $N_1$  表示变量的维度,  $N_2$  表示半正定矩阵 (该半正定矩阵一般为方阵) 的维度。为了明确算法的复杂性, 本文对所提算法、OMP 以及 Root-MUSIC 算法的复杂度进行分析。各算法的计算复杂度对比见表 1, 其中  $M$  表示 OMP 算法的字典中基的数目。

表 1 各算法的计算复杂度对比

算法	复杂度
所提方法 (ANM)	$\mathcal{O}(K^2(K+L)^{2.5})$
OMP	$\mathcal{O}(L(MK+L^3))$
Root-MUSIC	$\mathcal{O}(K^3+K^2N)$

## 5 仿真与性能分析

本节通过仿真实验来验证所提算法的性能, 考



考虑设置OFDM系统所使用的频率范围为0~12 MHz,且子载波的数目 $K=64$ 。需要说明的是,在OFDM-PLC系统中全部可用子载波的个数一般为512,这里 $K=64$ 表示仅取其初始部分中连续的64个子载波传输的导频数据;多径的数目考虑文献[2]中的典型场景,即 $L=4$ ,衰减因子 $a_0=0$ , $a_1=7.8 \times 10^{-10}$ , $\kappa=1$ ,时延 $\tau_l \in (0, \frac{1}{2}T_s)$ , $\gamma_l$ 是模在0.5~1的任意复数,且 $l=1,2,\dots,L$ ;导频所占的OFDM符号的数目设置与目前国网物理层协议中采用的典型设置一致,即 $N=13$ ;在计算误比特率(bit error ratio, BER)时,采用的是四相移相键控(quaternary phase-shift keying, QPSK)调制下的BER;信噪比(signal-to-noise ratio, SNR)的定义为 $\text{SNR} = 10\lg(1/\sigma^2)$ ,且SNR的取值范围为-10~20 dB,步长为5 dB;蒙特卡洛实验次数设置为2 000,并对结果取均值。将本文所提方法与经典算法(Root-MUSIC及OMP算法)作对比。

为验证各算法的性能,本文采用均方根误差(root mean square error, RMSE)作为指标来衡量,对于 $\alpha \in \{\tau, \gamma\}$ ,RMSE的定义为<sup>[16]</sup>:

$$\text{RMSE}(\alpha) = \mathbb{E} \left\{ \frac{\sqrt{\|\alpha - \hat{\alpha}\|_2^2}}{L} \right\} \quad (29)$$

其中, $\mathbb{E}(\cdot)$ 表示求期望算子。

### 5.1 各算法的时延参数的性能比较

时延参数的归一化比例量值的RMSE曲线如图2所示。图2展示了所提方法、OMP、Root-MUSIC与文献[7]的算法在SNR从-10 dB至20 dB范围内的RMSE对比,需要说明的是,RMSE的计算基于时延参数的归一化比例量值而非真实时延量值。若采用真实时延计算,其RMSE会因量纲差异出现急剧下降,无法客观反映算法性能差异。所提方法在-5 dB后展现了突出的抗噪能力,其RMSE曲线随SNR提升快速降低,如当SNR=15 dB时,所提方法的RMSE较

OMP、Root-MUSIC与文献[7]算法低至少1个和2个数量级。这表明所提方法通过凸优化框架有效抑制了噪声干扰,验证了其对于稀疏信号恢复的理论优势。OMP与Root-MUSIC在SNR>5 dB后进入性能饱和区, RMSE稳定于 $10^{-2}$ 和 $10^{-1}$ 量级,文献[7]算法在SNR>10 dB之后进入性能饱和区, RMSE稳定于 $10^{-2}$ 量级。此类基于谱估计或贪婪迭代的方法受限于分辨门限,表明其高SNR场景下存在估计精度理论上限。其中,OMP算法在SNR=20 dB时,其网格大小为 $10^{-5}$ ;Root-MUSIC在SNR>5 dB后性能陷入饱和更多还是多径信号的高相关性导致的;文献[7]的算法性能陷入饱和归结于其没有考虑ANM需要满足范德蒙德结构以保证范德蒙德分解唯一性。

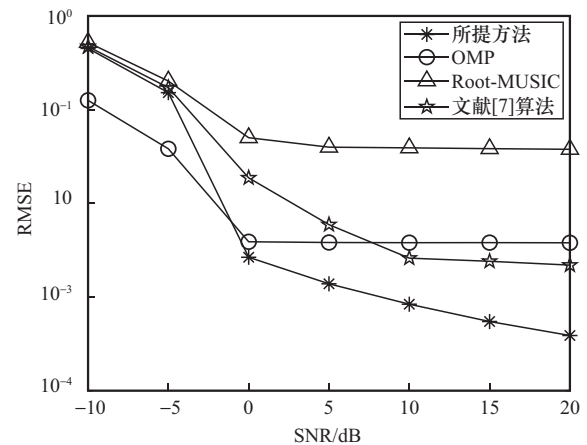


图2 时延参数的归一化比例量值的RMSE曲线

### 5.2 各算法的权重因子参数的性能比较

权重因子的RMSE曲线如图3所示。图3展示了所提方法、OMP、Root-MUSIC与文献[7]算法这4种算法在权重因子参量估计中的RMSE随SNR变化的趋势。由图3可知,所提方法的RMSE在SNR>0 dB后呈现显著下降趋势,其主要原因是所提方法对时延信息的精确估计,间接性地使权重因子的估计精度提升;OMP算法的RMSE始终稳定在 $10^{-1}$ 量级,即使在高

SNR 环境下仍无法进一步突破精度门槛；Root-MUSIC 算法的 RMSE 随 SNR 提升仅微弱下降，这受限于自身的分辨门限，也受限于时延参量的精度；文献[7]的算法在 SNR>10 dB 后 RMSE 随 SNR 提升仅微弱下降，这主要是受限于时延参量的精度。

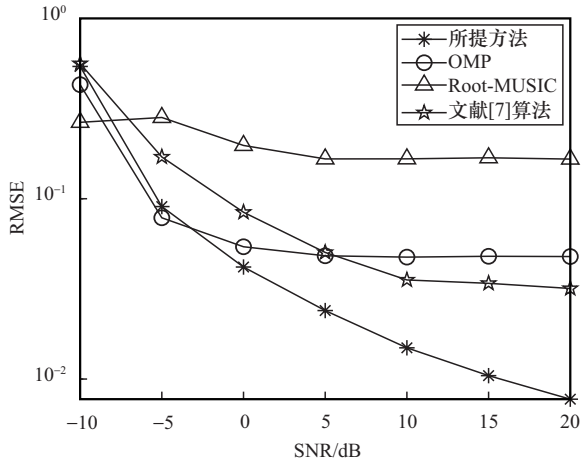


图3 权重因子的RMSE曲线

### 5.3 各算法的运行时间比较

各算法的运行时间对比如图4所示。图4展示了所提方法、OMP、Root-MUSIC与文献[7]算法在不同SNR下的运行时间对比。由图4可知，所提方法的计算复杂度显著高于基准算法，其耗时随SNR呈非线性变化，在SNR=-10 dB时达到峰值12 s，随SNR提升至5 dB时降至8 s（降幅为33.3%），但在SNR>10 dB后反向递增至20 dB时的10 s，此现象由高SNR条件下凸优化迭代收敛阈值提高所致；文献[7]的算法依旧是基于凸优化的求解，故其运行时间与所提算法处于同一水平；相比之下，OMP与Root-MUSIC算法的耗时始终维持在较低的水平，且运行时间几乎不受SNR影响，这验证了贪婪搜索与特征值分解固有的低计算复杂度特性。由此可知，所提方法虽在参数估计精度上具有优势，但其计算复杂度不可忽视。

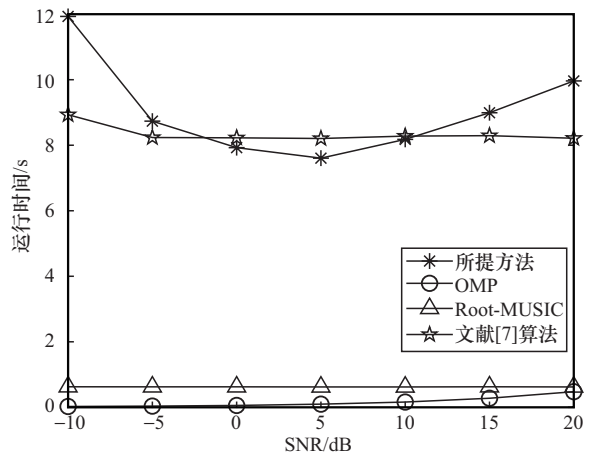


图4 各算法的运行时间对比

### 5.4 各算法的BER比较

各算法的BER对比如图5所示。由图5可知，所有算法的BER均随SNR提升呈指数级下降，符合数字通信系统的典型特征。在低SNR区域(SNR<5 dB)，各算法性能接近；当SNR>10 dB时，算法间性能差距显著分化。其中，所提方法展现出最优的抗噪能力，在SNR=17 dB时率先突破10<sup>-2</sup>量级；文献[7]的算法与OMP算法分别在SNR≥18 dB和SNR≥19 dB后性能次之，而Root-MUSIC算法预计需要SNR>20 dB方能实现相同误码水平。

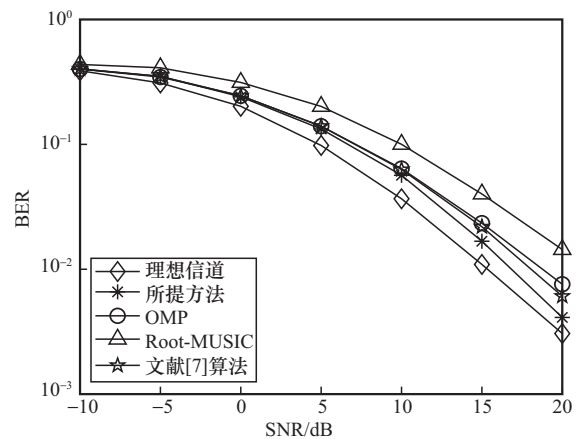


图5 各算法的BER对比

信道频率响应对比如图6所示。图6给出的是理想的信道频率响应与所提方法在SNR=20 dB时估计的信道频率响应。由图6可知，在0~12 MHz



的频率范围内, 所提方法估计的信道频率响应几乎与理想信道频率响应一致, 这表明了所提方法在信道估计精度方面的优势。

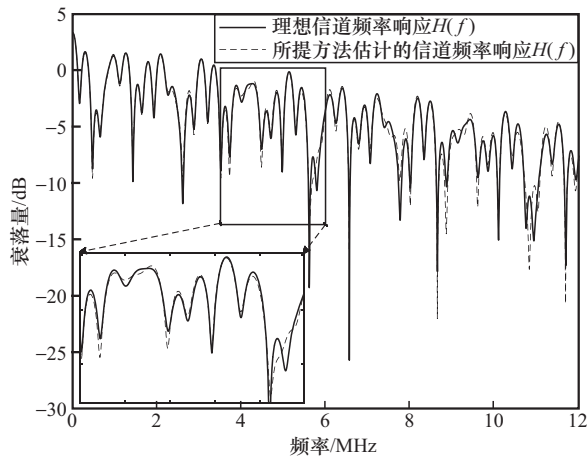


图6 信道频率响应对比

## 6 结束语

本文针对 PLC 信道多径效应显著的特点, 创新性地无线信道建模方法引入电力线信道分析, 通过利用 OFDM 系统子载波频率的等差特性, 将多径时延信息映射为范德蒙德结构的信道频域响应矩阵, 从而实现对信道冲激响应的稀疏表示。在此基础上, 采用 ANM 算法求解该结构化模型, 有效克服了传统压缩感知方法的基不匹配问题。接着, 进一步结合电力线信道特有的指数衰减特性, 通过频域衰减因子解析推导多径各径的权重因子, 完成对信道冲激响应的全参数重构。仿真实验表明, 所提方法在时延分辨率上达到了超分辨估计性能, 较 OMP 等基准算法有显著优势。

## 参考文献:

[1] Ouyang S Q, Liu G J, Huang T C, et al. Impulsive noise suppression network for power line communication[J]. IEEE Communications Letters, 2024, 28(11): 2628-2632.  
 [2] Zimmermann M, Dostert K. A multipath model for the power-line channel[J]. IEEE Transactions on Communications, 2002,

50(4): 553-559.  
 [3] Berger L T. MIMO power line communications: narrow and broadband standards, EMC, and advanced processing[M]. Boca Raton: CRC Press, 2014.  
 [4] 郑建宏, 邓湛. 一种抗脉冲噪声的宽带电力线通信系统信道估计算法[J]. 重庆邮电大学学报(自然科学版), 2019, 31(1): 44-49.  
 Zheng J H, Deng Z. A channel estimation algorithm for impulse noise suppression in WB-PLC system[J]. Journal of Chongqing University of Posts and Telecommunications (Natural Science Edition), 2019, 31(1): 44-49.  
 [5] Ding W B, Lu Y, Yang F, et al. Spectrally efficient CSI acquisition for power line communications: a Bayesian compressive sensing perspective[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2016, 34(7): 2022-2032.  
 [6] 邹劲松, 潘东洋, 周启武, 等. 一种改进的低压电力线载波通信压缩感知信道估计方法[J]. 重庆理工大学学报(自然科学), 2019, 33(11): 155-161.  
 Zou J S, Pan D Y, Zhou Q W, et al. An improved compressed sensing channel estimation method for low voltage power line carrier communication[J]. Journal of Chongqing University of Technology (Natural Science), 2019, 33(11): 155-161.  
 [7] Liu W, Liang T, Guan T, et al. A continue-domain sparse-based channel estimation method in power tunnel communication[C]// Proceedings of the 2023 6th World Conference on Computing and Communication Technologies (WCCCT). Piscataway: IEEE Press, 2023: 68-72.  
 [8] Xia B S, Tang Y C. Compressive sensing based channel estimation method for MIMO-OFDM power line communication[C]// Proceedings of the 2024 6th International Conference on Energy, Power and Grid (ICEPG). Piscataway: IEEE Press, 2024: 1658-1661.  
 [9] Coleri S, Ergen M, Puri A, et al. Channel estimation techniques based on pilot arrangement in OFDM systems[J]. IEEE Transactions on Broadcasting, 2002, 48(3): 223-229.  
 [10] Lin J C. Least-squares channel estimation for mobile OFDM communication on time-varying frequency-selective fading channels[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2008, 57(6): 3538-3550.  
 [11] Schafhuber D, Matz G. MMSE and adaptive prediction of time-varying channels for OFDM systems[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2005, 4(2): 593-602.  
 [12] Du Y, Luo Z N, Zheng J J. DCT-based channel estimation algorithm using wavelet denoising for LTE uplink systems[C]// Proceedings of the IET International Conference on Information and Communications Technologies (IETICT 2013). Institution of Engineering and Technology, 2013: 470-474.

- [13] Liu T. Channel estimation for power line communication[C]// Proceedings of the 2017 IEEE 17th International Conference on Communication Technology (ICCT). Piscataway: IEEE Press, 2018: 272-276.
- [14] Chi Y J, Scharf L L, Pezeshki A, et al. Sensitivity to basis mismatch in compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(5): 2182-2195.
- [15] Hwang T, Yang C Y, Wu G, et al. OFDM and its wireless applications: a survey[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2009, 58(4): 1673-1694.
- [16] Wu X H, Liu Y Z, Zhang H Y. Individual channel estimation in RIS-aided MIMO systems using atomic norm minimization[J]. IEEE Transactions on Communications, 2025, 73(7): 5111-5125.
- [17] Candès E J, Fernandez-Granda C. Towards a mathematical theory of super-resolution[J]. Communications on Pure and Applied Mathematics, 2014, 67(6): 906-956.
- [18] Yang Z, Li J, Stoica P, et al. Sparse methods for direction-of-arrival estimation[M]//Academic Press Library in Signal Processing, Volume 7. Amsterdam: Elsevier, 2018: 509-581.
- [19] Bhaskar B N, Tang G G, Recht B. Atomic norm denoising with applications to line spectral estimation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(23): 5987-5999.

## [作者简介]



刘岩 (1982-), 女, 中国电力科学研究院有限公司高级工程师, 主要研究方向为计量采集、电力线通信等。



祝恩国 (1978-), 男, 博士, 中国电力科学研究院有限公司正高级工程师、科室主任, 主要研究方向为计量采集、电力线通信等。



郑国权 (1988-), 男, 中国电力科学研究院有限公司高级工程师, 主要研究方向为计量采集、电力线通信等。